目次

第 1 章

導入:e^+e^- 対消滅による対生成

この本の第 1 部の主な目的は，場の量子論の基本的な計算方法であるファイマンダイアグラムの形式を展開することである．我々は次にこの形式を量子電磁力学の計算，つまり電子と光子の量子論に適用する．

量子電磁力学 (QED) は，多分我々が持っている最も優れた物理学の基礎理論である．この理論は基本的に相対論的に適合するように決定される単純な方程式の集まりである，マクスウェル方程式とディラック方程式のように構成される．これらの量子力学的解は，マクロスケールよりずっと小さな範囲にある陽子よりも数百倍も小さな電磁現象の詳細な予言を与える．

ファイマンダイアグラムはこのエレガントな理論にそれと同様にエレガントな計算手続きを与える．電子と光子によって引き起こされる過程を想像せよ．ダイアグラムを描き，そのダイアグラムをその過程が起こる量子力学的振幅である数学的表現を書くために用いよ．

この本の最初の部では，我々は量子力学と相対論の基礎原理から QED の理論とファイマンダイアグラムの方法の両方を展開する．最終的には我々は素粒子の研究の中で大きな関心がある可観測量の計算ができるようになるという到達点に達するだろう．しかし，この単純な計算方法にたどり着くという我々のゴールに到達するためには，我々はまず最初に形式化のなかで，予期しなかった深刻な回り道を行う必要がある．この章に続く 3 つの章では，ほとんど完全に形式的であって，読者は，この展開の経過の中で一体どこに向かっているのだろうか? と疑問に思うかもしれない．我々は特に単純な QED の過程—「幾つものその特徴が物理的直感から直接導かれる充分単純なもの」の物理を議論して発展させることによって，部分的にその質問に答えることとしよう．もちろん，この直感的，ボトムアップなアプローチは多くの欠陥を含む．第 5 章では我々はファイマンダイアグラムの形式の完全な力によってこの過程に戻ることにしよう．トップダウンで行うことによって，我々は全てのこれらの困難が拭い去れたことをみることだろう．

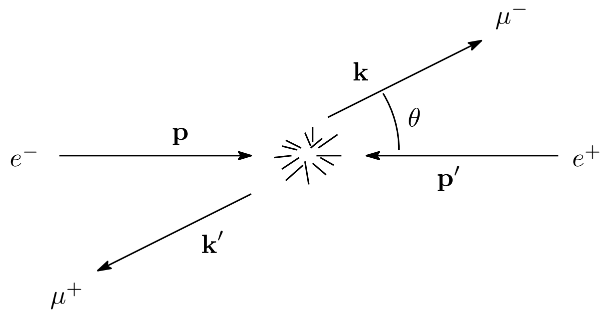

図 1.1: 重心 (CM) 座標での対消滅反応 $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

最も簡単な状況

ほとんどの粒子物理の実験が散乱を含むことより，場の量子論で最も共通に計算される量は散乱断面積である．我々はいまから全ての QED 過程で最も単純な断面積の計算をする．電子とその反粒子である陽電子との対消滅によってより重いレプトン (例えばミューオン) の対を生成する．反粒子の存在は第 2, 3 章で議論するように実際場の量子論の予言である．しかし，しばらくの間はそれらの存在は与えられたものとしよう．

この対消滅の確率を測定する実験は，電子のビームを陽電子のビームに発射することによって遂行される．測定可能な量は重心質量エネルギーと，それに関する入射電子達と出射ミューオン達のなす角 θ の関数としての反応 $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ の断面積である．簡単のため我々は運動量が $\boldsymbol{P}' = -\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{K}' = -\boldsymbol{K}$ を満たすように重心 (CM) を中心に選ぶことにする．我々はさらに，ビームのエネルギー E がこの電子またはミューオンの質量より遥かに大きいものと仮定し，その結果，$|\boldsymbol{P}| = |\boldsymbol{P}'| = |\boldsymbol{K}| = |\boldsymbol{K}'| = E \equiv E_{cm}/2$ が成り立つものとする (太字によって 3 次元ベクトル，斜体によって 4 元ベクトルを表すものとする)．

電子とミューオンが共にスピン 1/2 を持つことにより，我々はそれらのスピンの向きを特定しなければならない．おのおのの粒子のスピン量がその運動の方向を向くように座標軸をとるのが便利である．おのおのの粒子はそれによってこの座標軸に平行または反平行になるようにスピンが偏極されるようにできる．実際には，電子と陽電子のビームはしばしば偏極されておらず，ミューオン検知器は通常ミューオンの偏極を測定できない．それ故我々は電子と陽電子のスピンの向きについての断面積と，ミューオンのスピンの向きについての断面積の和の平均をとる必要がある．

任意の与えられたスピンの向きの組について，μ^- が立体角 $d\Omega$ の中に生成される過程のために次のように微分断面積を書くのが便利である．

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 E_{cm}^2}|\mathcal{M}|^2 \tag{1.1}$$

項 E_{cm}^{-2} は我々の単位系で (エネルギー)$^{-2}$ $\sim$ (長さ)^2 であることより，断面積の正確な次元を与える．それ故量 $\mathcal{M}$ は無次元になる．それはこの過程が起こるための量子力学的振幅である (非相対論的量子力学に現れる散乱振幅 f に似ている)．そして我々は基礎理論からどのように計算するのか? という問いかけについて説明しなければならない．そしてその表現の中のそれ以外の要素は純粋に便宜上の概念である．式 (1.1) は実際我々が 4.5 節で導く，より一般的な公式 (それらは次元解析からは導けない形式である) の特別なケースであって，最終状態が 2 つの無質量粒子を含むような重心 (CM) 散乱に対して有効である．

さて，ここでいくつかのよい知らせと悪い知らせがある．

悪い知らせとは，この最も単純な QED 過程ですら $\mathcal{M}$ の正確な表現がわかっていないということである．実際，この事実は，非相対論的量子力学ですらほとんどの散乱問題を正確に解くことができない，ということから別段驚くにあたらないことである．我々にできる最良のことは，電磁相互作用の強さとして現れる，$\mathcal{M}$ の摂動級数としての形式的な表現を得て，その最初のわずかな項を評価することである．