0.1 相対論で扱う代表的な座標系について

ここではまず，一般相対論で扱う代表的な座標系について，名称などの定義を与えておこう．ここでの名称は以後もよく使うので，どういう意味で使用しているのかに注意してほしい．

■ローレンツ系　ミンコフスキー時空 $\boldsymbol{R}^{1,3}$ において，

$$(x^\mu) = (w,\, x,\, y,\, z)$$

が，$w = ct$ が時間，x, y, z が空間に任意に選んだ直交座標を表すように適当に選んだとき，この (x^μ) を**ローレンツ系**と呼ぶ．これは，4 次元の直交座標である．又，通常の（数学的）直交座標が直交変換で互いに移り変われるように，ローレンツ系の選び方は一意ではない．ローレンツ系は**全域的座標系である**.

■局所ローレンツ系　一般に我々の住んでいる宇宙は，時空多様体としてはミンコフスキー時空 $\boldsymbol{R}^{1,3}$ ではない．しかし，通常のリーマン多様体が局所的にユークリッド空間になるように，我々の住んでいる宇宙の時空多様体 M も局所的にはミンコフスキー時空 $\boldsymbol{R}^{1,3}$ とみなせる．このとき，任意の世界点 P の周りで局所的にはローレンツ系が選べる．この座標系を（点 P での）**局所ローレンツ系**と呼ぶ．なお，局所ローレンツ系は，イメージ的には曲線座標が点 P 付近だけローレンツ系の直交座標になっているようなものである.

■局所ローレンツ静止系　局所ローレンツ系は局所的な慣性座標系の一種である．したがって特に，自由落下する物体が**静止するようにみえる**局所的ローレンツ系を選ぶこともできる．この座標系を**局所ローレンツ静止系**と呼ぶ.

これらの関係をまとめると次のようになる:

座標系の分類

$$\begin{cases}\text{(i)　全域的}\\ \text{(ii) 局所的}\end{cases}\qquad\begin{cases}\text{加速・非慣性（曲線）}\\ \text{慣性（曲線）}\\ \text{ローレンツ（直線・直交）}\\ \text{ローレンツ静止（直線・直交）}\end{cases}\qquad\text{（座標）系}$$

(i) ミンコフスキー時空 $\boldsymbol{R}^{1,3}$の座標はこの場合
(ii) 一般の曲がった時空の座標はこの場合

ただし，(ii) の場合，直線・直交座標が選べるのは時空 M のある一つの世界点 P に注目したとき，P 付近のみである．このとき，P での M の接平面 T_PM はミンコフスキー時空 $\boldsymbol{R}^{1,3}$ になる．また，曲線座標自体は，もともと局所的に定義されるものなので，$\boldsymbol{R}^{1,3}$ であっても本来局所的なのだが，一様な加速系がとれる点が，曲がった時空の場合と異なる．注意すべきは一般の慣性座標系である．これはローレンツ系をあえて極座標で表せば分かる通り，必ずしも直線座標で表せるとは限らない．慣性系というとついローレンツ系ばかりをイメージしがちであるが，これは曲線座標変換でかなり自由に変わるので注意が必要だ．

これらの名称は今後もよく使うのでしっかり覚えておこう．