ギリシャ文字表

大文字	小文字	読み
A	α	アルファ
B	β	ベータ
Γ	γ	ガンマ
Δ	δ	デルタ
E	ϵ	イプシロン
Z	ζ	ゼータ
H	η	イータ
Θ	θ	シータ
I	ι	イオタ
K	κ	カッパ
Λ	λ	ラムダ
M	μ	ミュー

大文字	小文字	読み
N	ν	ニュー
Ξ	ξ	グザイ
O	o	オミクロン
Π	π	パイ
P	ρ	ロー
Σ	σ	シグマ
T	τ	タウ
Υ	υ	ウプシロン
Φ	ϕ	ファイ
X	χ	カイ
Ψ	ψ	プサイ
Ω	ω	オメガ

本書での約束と記号について

原則として，本書を通じて MKSA 有理単位系を採用する．

4 次元時空上の点（世界点）は，

$$(ct,\, x,\, y,\, z) = (x^0,\, x^1,\, x^2,\, x^3)$$

と表すことにする．なお，時間座標に光速度 c を掛けることによって，この 4 次元時空座標の単位は全て長さの次元を持つことになる．

ラテン小文字 i, j, k, l などは 1, 2, 3 を走る． 一方ギリシャ小文字 $\alpha, \beta, \gamma, \mu, \nu, \sigma$ などは 0, 1, 2, 3 を走る． この違いは，大雑把に言って時間軸だけがそれ以外の空間座標軸と区別すべき場合があるためである．

計量 (metric) は符号系 $(-+++)$ を持つものを採用する．すなわち，

$$\eta^{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

対角行列の場合，その対角成分 $m_{11}, m_{22}, \cdots, m_{nn}$ のみを用いて，$\mathrm{diag}(m_{11}, m_{22}, \cdots, m_{nn})$ などと表す．例えば，

$$\eta^{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathrm{diag}(-1,\, 1,\, 1,\, 1)$$

などと表す．

■クロネッカーのデルタ記号

$$\delta_{ij} = \delta^{ij} = \delta_i^j = \mathrm{diag}(1,\, 1,\, 1),$$
$$\delta_{\mu\nu} = \delta^{\mu\nu} = \delta_\nu^\mu = \mathrm{diag}(1,\, 1,\, 1,\, 1).$$

とするが，一般に相対論では行列の成分と行列それ自身を，表記の上で区別せずに，文脈からどちらであるか判断する場合が多い．したがって，δ_{ij} なども行列かその成分そのものかは，場合によって使い分ける．

■アインシュタインの規約　式の肩と脚に同じ添字があるとき，$\sum$ が無くてもその添字の走る範囲内で和をとる．例えば,

$$\delta^i_i = \delta^1_1 + \delta^2_2 + \delta^3_3 = 1 + 1 + 1 = 3$$

或いは,

$$\begin{aligned}\eta^{\mu\sigma}\eta_{\sigma\nu} =& \eta^{\mu 0}\eta_{0\nu} + \eta^{\mu 1}\eta_{1\nu} + \eta^{\mu 2}\eta_{2\nu} + \eta^{\mu 3}\eta_{3\nu} \\ =& \delta^\mu_\nu = \mathrm{diag}(1,\ 1,\ 1,\ 1)\end{aligned}$$

■ダミー添字

$$T^{\mu\nu}_{\alpha\beta\gamma}S^{\sigma\beta}_{\mu}$$

などの場合，アインシュタインの規約により，μ, β で和をとるが，このとき，この μ, β を**ダミー添字**と呼ぶ．ダミー添字はどうせ和をとってしまうので文字の種類（ギリシャ小文字，ラテン小文字）を同じ種類にすれば，任意の他の変数と重複しない文字と変更可能である．特に,

$$T^{\mu\nu}_{\alpha\beta\gamma}S^{\sigma\beta}_{\mu} = T^{\beta\nu}_{\alpha\mu\gamma}S^{\sigma\mu}_{\beta}$$

などのように，ダミー添字同士を入れ替えることも頻繁に行われる．

■偏微分の記号

$$\partial_\mu \overset{\mathrm{def}}{=} \frac{\partial}{\partial x^\mu}$$

などと表す．したがってアインシュタインの規約より,

$$\partial_\nu x^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial x^\nu} = \delta^\mu_\nu$$

となる．

■プライム記号 ′ について　相対論では同じ時空上の点（これを世界点と呼ぶ）を 2 つの座標系 K 系と K' 系で表すとき，(ct, x, y, z) と (ct', x', y', z') などと表す．ここで，このベクトルの成分をそれぞれ x^μ や x'^ν などと表すと，対応関係が添字が変わってしまっているために分かりづらくなる．かといって，x^μ と x'^μ のように表すと，座標変換

$$x'^\mu = g^\mu_\nu x^\nu$$

などを表すときに困ってしまう．そこで，座標変換を行っても対応する同じ座標が同じ文字になるようにするためには，

$$x'^{\mu'} = g^\mu_{\mu'} x^{\mu'}$$

などとすれば対応関係が $\mu \to \mu'$ となり分かりやすくなる．一方プライムが 2 重についてしまい見づらいので，普通の数学上の記法ルールで考えると変なのだが，$x'^{\mu'}$ を簡単に $x^{\mu'}$ のように書く．こうすれば座標変換はシンプルに，

$$x^{\mu'} = g^\mu_{\mu'} x^{\mu'}$$

と表せ，K 系の x^μ 成分が K' 系の $x^{\mu'}$ 成分に対応することが一目瞭然となる．

■変数記号の省略について　一般に，$f(x^0, x^1, x^2, x^3)$ などを単に $f(x)$, $f(x^\alpha)$ などと表す場合がある．このように $f(x)$ と書いても，$x = x^1$ のみを変数にする関数 $f(x)$ の場合もあれば，(x^0, x^1, x^2, x^3) を変数とする場合もあるが，これは文脈で判断する．特に $f(x') = f(x^{0'}, x^{1'}, x^{2'}, x^{3'})$ のように表記されることもあるので注意．また，$d^4x = dwdxdydz$ と表したりもする．

■コンマとセミコロン　相対論ではさまざまな微分記号が現れる．複雑な式を簡単に表すために，次のような記号法を用いる．例えば仮にテンソル

$T^{\alpha\beta}{}_{\gamma}$ に対して，まず通常の偏微分は,

$$T^{\alpha\beta}{}_{\gamma,\mu} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \partial_\mu T^{\alpha\beta}{}_{\gamma}$$

のようにコンマ”,”によって表す． 一方共変微分は,

$$T^{\alpha\beta}{}_{\gamma;\mu} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \nabla_\mu T^{\alpha\beta}{}_{\gamma}$$

のようにセミコロン”;”によって表す.